Баяк И.В.

О квантовой модели гравитационной электродинамики

Резюме: Предпринята попытка объединения теорий, персонифицированных с Максвеллом и Эйнштейном в одну математическую схему, допускающую квантовое расширение.

1. Гравито-статическое и электростатическое приближение

Поскольку модель использует геометрию 4-мерного евклидова пространства, то пусть $\mathrm{E}(4)$ - пространство объективного наблюдения; $\hat{c} \equiv dx_0 + dx_1 + dx_2 + dx_3$ - 1-форма вакуумного динамического потока дуальная тривиальному векторному полю $\bar{c} \equiv \partial/\partial x_0 + \partial/\partial x_1 + \partial/\partial x_2 + \partial/\partial x_3$ пространства $\mathrm{E}(4)$; $\mathrm{E}(3) \equiv \mathrm{E}(4) \big| \langle \hat{c}, \bar{x} \rangle = (\bar{c}, \bar{x}) = 0$ - пространство "наблюдателя"; τ - струна, т.е. произвольная интегральная кривая, заметаемая тяжелой частицей. При этом, выполняется условие направленности струны, вызванное воздействием вакуумного потока, и условие однородности параметра струны, а именно, $\left|\hat{\tau}(\bar{x}), \hat{c}\right| = \left|\bar{\tau}(\bar{x}), \bar{c}\right| \equiv \dfrac{(\bar{\tau}(\bar{x}), \bar{c})}{|\bar{\tau}(\bar{x})| \cdot |\bar{c}|} > 0$, $|\bar{\tau}(\bar{x})| \equiv 1$, где $\bar{x} \in \tau$, а $\bar{\tau}(\bar{x}), \hat{\tau}(\bar{x})$ - соответственно вектор, ковектор, касательный к τ в точке $\bar{x}$. Пусть также определена 1-форма произвольного динамического потока $\hat{B}(\bar{x}, \tau)$: $\mathrm{E}(4) \setminus \{\bar{x}_i(\tau)\}_K \to \mathrm{E}^*(4)$, где $\bar{x}_i(\tau) \in \tau_i$, а $\int\limits_{\bar{x}_i(0)}^{\bar{x}_i(\tau)} d\tau_i(\bar{x}) = \tau$, где $d\tau_i(\bar{x})$ - дифференциальный элемент τ_i, а $K \subseteq N$. При этом полагаем, что $\left|\hat{B}(\bar{x}, \tau)\right| \equiv |\hat{c}|$, а динамика потока задается уравнением $\dfrac{\partial^2 \left|\hat{B}(\bar{x}, \tau), \hat{c}\right|}{\partial \tau^2} - \Delta \left|\hat{B}(\bar{x}, \tau), \hat{c}\right| = 0$, где Δ - оператор Лапласа в $\mathrm{E}^*(4)$. Кроме того, принимаем, что $\hat{B} = \hat{G} + \hat{A}$ и $d\hat{B} = d\hat{A}$, где d - оператор внешнего дифференцирования, $\hat{G}$ - гравитационная, $\hat{A}$ - электромагнитная составляющая динамического потока. Пусть также задано отображение ортогонального проектирования ковекторов $\mathrm{E}^*(4)$ на дуальное $\mathrm{E}(3)$ копространство, т.е. pr: $\mathrm{E}^*(4) \to \mathrm{E}^*(3)$: $\hat{x} = \hat{y} - \hat{z}$, где $\hat{x} \in \mathrm{E}^*(3)$, $\hat{y} \in \mathrm{E}^*(4)$, $\hat{z} \in \mathrm{E}^*(3)^{\perp}$, тем самым определена проекция динамического потока на пространство наблюдателя, а именно: $\hat{b} \equiv pr\hat{B}$: $\mathrm{E}(3) \setminus \{\bar{x}_i\}_K \to \mathrm{E}^*(3)$, причем $\hat{b} = \hat{g} + \hat{a}$, $d\hat{b} = d\hat{a}$, где $\hat{g} \equiv pr\hat{G}$, $\hat{a} \equiv pr\hat{A}$. Если теперь пренебречь историей, т.е. поместить динамический поток и все тяжелые частицы в полупространство абсолютного будущего, а полупространство абсолютного прошлого отождествить с вакуумом (полупространства получены делением $\mathrm{E}(4)$ подпространством наблюдателя), то выполняются граничные условия для

абсолютного настоящего, т.е. $\lim\limits_{\inf\{|\bar{x}-\bar{x}_i|\}_K \to \infty} \hat{B}(\bar{x}) \to \hat{c}$, $\lim\limits_{\inf\{|\bar{x}-\bar{x}_i|\}_K \to \infty} \hat{b}(\bar{x}) \to 0$, где $\bar{x}, \bar{x}_i \in \mathrm{E}(3)$. Более того, если не учитывать будущее, то имеет место статическое приближение, которое вместе с тем однозначно решает задачу поиска $\hat{b}$. Так, гравитационная компонента $\hat{g}$ удовлетворяет критериям: $d\hat{g} \equiv 0$, $d * \hat{g} \equiv 0$, $\int\limits_{\Phi_2} \left(* \, \hat{g}, d\varphi^2 \right) = \sum m_i = M$ где $*$ - оператор Ходжа в $\mathrm{E}^*(3)$, $\bar{x}_i \in \Omega_3(\Phi_2)$, $\Omega_3(\Phi_2)$ - 3-поверхность с границей Φ_2, являющейся произвольной замкнутой 2-поверхностью, $d\varphi^2$ - дифференциальный элемент Φ_2, M - масса тяжелых частиц, попадающих в $\Omega_3(\Phi_2)$; вместе с тем, электрическая компонента $\hat{a}$ удовлетворяет условиям: $dd\hat{a} \equiv 0$, $d * d\hat{a} \equiv 0$, $\int\limits_{\Phi_2} \left(d\hat{a}, d\varphi^2 \right) = \sum e_i = Q$, где Q - суммарный заряд частиц, попадающих в $\Omega_3(\Phi_2)$. Добавим к этому, что здесь и далее скалярное произведение элементов $\Lambda_p E(n)$, $\Lambda_p E^*(n)$ согласовано со сверткой, т.е. $\langle \hat{a}, \bar{b} \rangle = (\bar{a}, \bar{b}) = (\hat{a}, \hat{b})$, где $\bar{a}, \bar{b} \in \Lambda_p E(n)$, $\hat{a}, \hat{b} \in \Lambda_p E^*(n)$, а переход из $\Lambda_p E(n)$ в $\Lambda_p E^*(n)$ и обратный переход согласован с метрикой $E(n)$.

2. Переход к гравитационной электродинамике

Пусть рассматривается динамический поток без возмущений, т.е. $\hat{B}(\bar{x}, \tau) \equiv \hat{c}$, а пространство наблюдения преобразовано так, что $\mathrm{E}'(4) = end\mathrm{E}(4)$: $(y_0 = x_0 + x_1 + x_2 + x_3, y_1 = x_0 - x_1, y_2 = x_0 - x_2, \; y_3 = x_0 - x_3)$, тогда $\hat{c} = \hat{e}_0 = \bar{e}_0^*$ и эволюционный параметр динамического потока можно отождествить с нулевой координатой $\mathrm{E}'(4)$, т.е. $\tau = y_0$, а для пространства наблюдателя имеем $\mathrm{E}(3) = \{\bar{y} | \, (\bar{\mathrm{e}}_0, \bar{y}) = 0\}$, причем набор $\bar{e}_i$, y_i является атрибутом идеального (т.е. воображаемого) наблюдателя, где $\bar{e}_0$ - базисный вектор, указывающий направление абсолютного движения (стрела времени), y_0 - координата абсолютного времени, $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ - базисные вектора абсолютного пространства, y_1, y_2, y_3 - координаты абсолютного пространства. При этом, с точки зрения идеального наблюдателя переход к решению динамической задачи означает умение "предсказывать будущее по настоящему", иначе говоря, требуется, исходя из решения статической задачи, т.е. имея $\hat{b}(\bar{y})$, $\{\bar{y}_i\}_K$, уметь вычислять $\hat{B}(\bar{y})$, $\{\tau_i\}$ в полупространстве абсолютного будущего, для чего собственно необходимо решить вариационную задачу:

$\sum m_i \int\limits_{\bar{y}_i}^{\delta\bar{y}} \left(\hat{G}(\bar{y}), \hat{e}_0 \right) \cdot |d\tau| + \sum e_i \int\limits_{\bar{y}_i}^{\delta\bar{y}} \left(\hat{A}(\bar{y}), \hat{e}_0 \right) \cdot |d\tau| + \delta \int\limits_{\Omega_4} \left(\hat{B}(\bar{y}), \hat{e}_0 \right) d\omega^4 = 0$, где $d\tau$ - дифференциальный элемент варьируемой струны τ_i, Ω_4 - произвольная 4-поверхность полупространства будущего, а $d\omega^4$ - ее дифференциальный элемент. С другой стороны, локализация $\bar{y}$ позволяет перейти к дифференциальным критериям минимальности τ_i и $\hat{B}$, причем первые

слагаемые доставляют уравнения движения тяжелых частиц, а последнее - уравнения для гравитационного и электромагнитного полей. Однако, несмотря на очевидную наглядность модели гравитационной электродинамики, она все же неудобна по причине отсутствия идеального наблюдателя. Тем не менее, указанные недостатки легко устранимы изменением геометрии пространства наблюдения, причем в наиболее подходящем случае на $\mathrm{E}(3,1)$. Так, для реальных наблюдателей, ассоциируемых с произвольными прямыми струнами, понятие абсолютного пространства-времени неприемлемо, вместе с тем, если принять, что

$$t = \int_{\bar{y}(0)}^{\bar{y}(\tau)} \tau_0 dx_0 + \tau_1 dx_1 + \tau_2 dx_2 + \tau_3 dx_3 \,, \qquad x = \int_{\bar{y}(0)}^{\bar{y}(\tau)} \tau_1 dx_0 + \tau_0 dx_1 \,, \qquad y = \int_{\bar{y}(0)}^{\bar{y}(\tau)} \tau_2 dx_0 + \tau_0 dx_2 \,,$$

$z = \int_{\bar{y}(0)}^{\bar{y}(\tau)} \tau_3 dx_0 + \tau_0 dx_3$, тогда для них определено понятие собственного пространства-времени, зависящее от 0-формы струны $\tau_0 y_0 + \tau_1 y_1 + \tau_2 y_2 + \tau_3 y_3 = \tau$, где $\tau_0 > 0$, а $\tau_1, \tau_2 \tau_3$ - произвольно, что обеспечивает направленность струны по вакуумному потоку и отказ от требования однородности τ. Настоящий выбор (t, x, y, z) может быть обоснован соотношением для дифференциалов

$$(d\tau, \hat{e}_0) = (dx, \hat{e}_1) = (dy, \hat{e}_2) = (dz, \hat{e}_3) = \tau_0 \,,$$
$$(dt, \hat{e}_1) = (dx, \hat{e}_0) = \tau_1 \,,$$
$$(dt, \hat{e}_2) = (dy, \hat{e}_0) = \tau_2 \,,$$
$$(dt, \hat{e}_3) = (dz, \hat{e}_0) = \tau_3 \,,$$

которое определяет, что измерение собственных координат в абсолютных координатах масштабно однородно и согласовано с измерением абсолютных координат в собственных координатах, а также тем, что используемое реальным наблюдателем пространство (t, x, y, z) соответствует пространству Минковского. Действительно, поскольку

$$t = y_0' = \tau_0 y_0 + \tau_1 y_1 + \tau_2 y_2 + \tau_3 y_3 \,,$$
$$x = y_1' = \tau_1 y_0 + \tau_0 y_1 \,,$$
$$y = y_2' = \tau_2 y_0 + \tau_0 y_2 \,,$$
$$z = y_3' = \tau_3 y_0 + \tau_0 y_3 \,,$$

и вращением y_1, y_2, y_3 в $E(3)$ всегда можно добиться, чтобы $\tau_2 = \tau_3 = 0$, т.е. получить линейное преобразование

$$t = y_0' = \tau_0 y_0 + \tau_1 y_1 \,,$$
$$x = y_1' = \tau_1 y_0 + \tau_0 y_1 \,,$$
$$y = y_2' = \tau_0 y_2 \,,$$
$$z = y_3' = \tau_0 y_3 \,,$$

то отсюда следует, что алгебра эндоморфизмов t и x совпадает с матричной алгеброй $\begin{pmatrix} \tau_0 & \tau_1 \\ \tau_1 & \tau_0 \end{pmatrix}$, группа автоморфизмов которой является $SO(1,1)$. В свою очередь, поскольку автоморфизмы x, y, z задаются автоморфизмами y_1, y_2, y_3, а

именно, группой $SO(3)$, то группа автоморфизмов алгебры эндоморфизмов (t,x,y,z) эквивалентна $SO(1,3)$.

Таким образом, модель гравитационной электродинамики равномерно движущегося наблюдателя, сформулированная в терминах скалярного произведения $\mathrm{E}^*(3,1)$, эквивалентна вариационной задаче:

$$\sum m_i \int_{\bar{x}_i}^{\delta\bar{x}} \left(\hat{G}(\bar{x}), d\tau\right) + \sum e_i \int_{\bar{x}_i}^{\delta\bar{x}} \left(\hat{A}(\bar{x}), d\tau\right) + \delta \int_{\Omega_4} \left(\hat{B}, \hat{B}\right) d\omega^4 = 0, \quad \text{где} \quad \bar{x} \in \mathrm{E}(3,1), \quad \text{а}$$

$\hat{B} \in \mathrm{E}^*(3,1)$, где $\hat{B} = \hat{G} + \hat{A}$ и $d\hat{B} = d\hat{A}$.

Заметим при этом, что настоящий подход не противоречит эйнштейновской интерпретации тяготения, поскольку локально геометрии векторных полей псевдоевклидова пространства соответствует геометрия многообразий с псевдоримановой метрикой, для чего достаточно принять, что $g_x(\bar{y}) = \left(\overline{G}(\bar{x}), \bar{y}\right)$, где $g_x(\bar{y})$ - значение квадратичной формы g_x на векторе $\bar{y}$ в точке x искомого псевдориманова пространства. В то же время, для полного отождествления модели с общепринятыми теориями необходимо показать, что $\delta \int_{\Omega_4} \left(\hat{B}, \hat{B}\right) d\omega^4 \approx$ $\delta \int_{\Omega_4} \left(d\hat{A}, d\hat{A}\right) d\omega^4 + \delta \int_{\Omega_4} \left(\hat{G}, \hat{G}\right) d\omega^4$.

3. Квантование модели

С точки зрения физических представлений квантование модели заключается в сворачивании нулевой координаты исходного пространства $E(4)$ в окружность длины $h = 2\pi\hbar$ и в отказе от полной предопределенности в эволюции динамического потока и струн. Математически частичная компактификация $E(4)$ может быть представлена как одномерная факторизация $E(4) \to \tilde{E}(4) : \left(e^{i\hbar^{-1}x_0}, x_1, x_2, x_3\right)$, которая преобразованием $\tilde{y}_0 = e^{i\hbar^{-1}x_0} + x_1 + x_2 + x_3$, $\tilde{y}_1 = e^{i\hbar^{-1}x_0} - x_1$, $\tilde{y}_2 = e^{i\hbar^{-1}x_0} - x_2$, $\tilde{y}_3 = e^{i\hbar^{-1}x_0} - x_3$ приводится к цилиндрическим координатам абсолютного пространства-времени. При этом, под цилиндрическими координатами понимают числа типа $x + e^{iy}$, где $x, y \in R$, а операции с ними индуцированы из R по правилам $\left(x_1 + e^{iy_1}\right) + \left(x_2 + e^{iy_2}\right) =$ $\left(x_1 + x_2\right) + e^{i(y_1 + y_2)}$, $\left(x_1 + e^{iy_1}\right) \cdot \left(x_2 + e^{iy_2}\right) =$ $x_1 \cdot x_2 + e^{iy_1 \cdot y_2}$. Далее, принимая для упрощения, что $\hbar = 1$, рассмотрим факторизацию $\tilde{E}(2)$. Здесь мы имеем абсолютные координаты пространства $\tilde{E}(2)$: $\left(\tilde{y}_0 = e^{ix_0} + x_1, \tilde{y}_1 = e^{ix_0} - x_1\right)$, которые, однако, преобразованием $\tilde{y}_0' = \left(e^{ik} + k^{-1}\right)\tilde{y}_0 =$ $e^{ikx_0} + k^{-1}x_1$, $\tilde{y}_1' = \left(e^{ik} + k^{-1}\right)\tilde{y}_1 =$ $e^{ikx_0} - k^{-1}x_1$ представляют уже факторизацию $\tilde{E}(1,1)$, поскольку $y_0^2 - y_1^2 = \left(y_0 - y_1\right) \cdot \left(y_0 + y_1\right) = 4x_0x_1$, где $y_0 = x_0 + x_1$, $y_1 = x_0 - x_1$. Следовательно псевдоевклидовым преобразованиям $E(1,1)$ соответствует деформация цилиндра факторизации $\tilde{E}(1,1)$ по периметру с коэффициентом k а по образующей с коэффициентом k^{-1}. С учетом понятия числа нового типа необходимо также переопределить понятие скалярного произведения векторов

евклидова пространства, подвергнутых цилиндрической факторизации, так что, полагая $\left(\tilde{a},\tilde{b}\right)=\left(\bar{a},\bar{b}\right)+e^{i\hbar^{-1}\left(\bar{a},\bar{b}\right)}$, где $\bar{a},\bar{b}\in E$, $\tilde{a},\tilde{b}\in\tilde{E}$, имеем искомую формулу. В рамках нового математического формализма сформулируем постановку вариационной задачи предквантовой модели гравитационной электродинамики, а именно, $\delta\left(S_{cl}+e^{i\hbar^{-1}S_{cl}}\right)=0$, где S_{cl} - постулированное во втором пункте действие, которая в свою очередь приводит к старой квантовой теории, поскольку сама разбивается на две задачи, а именно, $\delta\, S_{cl}=0$ и $\delta\, e^{i\hbar^{-1}S_{cl}}=0$, откуда $S_{cl}=zh$, где $z\in Z$. Вместе с тем, решения для струн и полей должны теперь принадлежать факторизаванным пространствам $\tilde{E}(1,3)$ и $\tilde{E}^{*}(1,3)$ соответственно. Наконец, переходя к постановке вариационной задачи квантовой модели, постулируем задачу $\delta\left(S_{cl}+e^{i\hbar^{-1}S_{cl}}\right)\cong 0$, которая приводит к вероятностному описанию ее решений, находящихся в гильбертовом пространстве вероятностных ловушек, т.е. вероятностно устойчивых состояний полей и струн. При этом, основным математическим инструментом исследования здесь является комплексная амплитуда вероятностей событий, происходящих на окружности. Действительно, пусть дано распределение плотности вероятности событий на окружности $\rho(\varphi)$, где $\varphi\in[0,2\pi]$, $\rho(\varphi)\geq 0$, $\int_0^{2\pi}\rho(\varphi)d\varphi=1$, тогда определен интеграл $\int_0^{2\pi}\rho(\varphi)e^{i\varphi}d\varphi=P$, где $\mathrm{mod}(P)\in[0,1]$, $\arg(P)\in[0,2\pi]$, а поскольку пространство событий $\{\varphi\}$ вложено в линейное комплексное пространство, то $\arg(P)$ представляет математическое ожидание (среднее значение) $\mathrm{E}\varphi$ а $\mathrm{mod}(P)$ - характеризует амплитуду среднего значения случайной величины φ. Таким образом, распределение вещественной плотности вероятностей событий пространства $\tilde{E}(4)$ эквивалентно распределению плотности комплексной амплитуды вероятностей, заданной в 3-мерном евклидовом пространстве.

Вывод: Применение концепции динамических потоков, заданных в цилиндрически факторизованном 4-мерном евклидовом пространстве, обеспечивает целостный математический подход к формированию пространства Минковского а также структурной схемы электродинамики, гравито-динамики и квантовой теории.